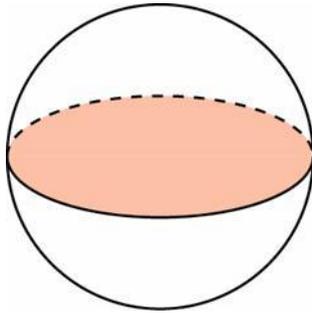


3 Площадь поверхности шара равна 12. Найдите площадь большого круга шара.



Ответ: _____.

4 В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что количество выпавших орлов меньше 2.

Ответ: _____.

5 Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,8. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа **не перегорит**.

Ответ: _____.

6 Найдите корень уравнения

$$\log_2(7 - x) = 5.$$

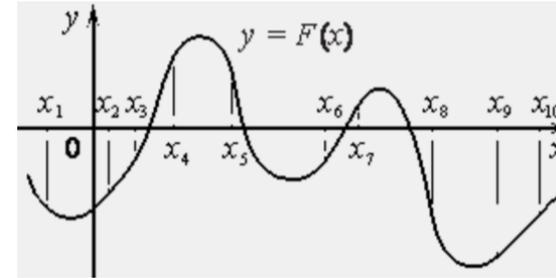
Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения

$$\sqrt{2} - 2\sqrt{2}\sin^2\frac{15\pi}{8}.$$

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y = F(x)$ одной из первообразных некоторой функции $f(x)$ и отмечены десять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ положительна?



Ответ: _____.

9 При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу со скоростями u и v (в м/с) соответственно, частота звукового сигнала f (в Гц), регистрируемого приёмником, вычисляется по формуле $f = f_0 \cdot \frac{c+u}{c-v}$, где $f_0 = 170$ Гц – частота исходного сигнала, c – скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u = 2$ м/с и $v = 17$ м/с – скорости приёмника и источника относительно среды. При какой скорости c распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике f будет равна 180 Гц? Ответ дайте в м/с.

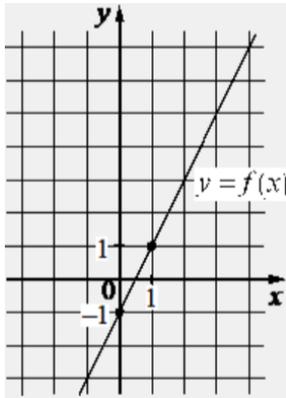
Ответ: _____.

10 Смешали некоторое количество 19-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 17-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Ответ: _____.



11 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = kx + b$. Найдите значение $f(7)$.



Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 5$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\sqrt{2}\sin^3 x - \sqrt{2}\sin x + \cos^2 x = 0$.
 б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\frac{5\pi}{2}; -\pi]$.

14 Точка O – точка пересечения диагоналей DC_1 и CD_1 грани CC_1D_1D наклонного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.
 а) Докажите, что объём многогранника $OABB_1 A_1$ вдвое больше объёма многогранника $OABCD$.
 б) Найдите объём многогранника $OABB_1 A_1$, если $ABCD$ является прямоугольником, $AB = 2$, $BC = 3$, $CC_1 = 7$, а прямая CA_1 перпендикулярна плоскости ABC .

15 Решите неравенство $\frac{(\log_4 x + 2)^2}{\log_4^2 x - 9} \geq 0$.

16 В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму 550 000 рублей. Условия его возврата таковы:
 – каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
 – с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.
 Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен двумя равными платежами (то есть за два года)?

17 В треугольнике ABC угол ABC тупой, H – точка пересечения продолжений высот, угол AHC равен 60° .

- а) Докажите, что угол ABC равен 120° .
б) Найдите BH , если $AB = 7$, $BC = 8$.

18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{2x-1} \cdot \ln(4x-a) = \sqrt{2x-1} \cdot \ln(5x+a)$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

19 Даны различные натуральные числа, запись которых содержит цифры 1 и 6, либо только одну из этих цифр.

- а) Может ли сумма всех чисел быть равной 173?
б) Может ли сумма всех чисел быть равной 109?
в) Какое наименьшее количество чисел могло быть, сумма которых равна 1021?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



**Система оценивания экзаменационной работы по математике
(профильный уровень)**

Правильное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

**Решения и критерии оценивания выполнения заданий
с развёрнутым ответом**

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.



- 13** а) Решите уравнение $\sqrt{2}\sin^3 x - \sqrt{2}\sin x + \cos^2 x = 0$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\frac{5\pi}{2}; -\pi]$.

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКАЯ ОКРУЖНОСТЬ

ИСТОЧНИКИ
 ФИПИ (старый банк)
 Основная волна 2023
 Основная волна (Резерв) 2018
 Янтарек 2018 (30 вар)
 Основная волна (Резерв) 2012
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ
 1 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
 2 $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
 3 $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$
 4 $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$

а) $\sqrt{2} \cdot \sin^3 x - \sqrt{2} \cdot \sin x + 1 - \sin^2 x = 0$
 $\sqrt{2} \cdot \sin x \cdot (\sin^2 x - 1) - (\sin^2 x - 1) = 0$
 $(\sin^2 x - 1) \cdot (\sqrt{2} \sin x - 1) = 0$
 $\sin^2 x - 1 = 0$ $\sqrt{2} \sin x - 1 = 0$
 $\sin^2 x = 1$ $\sqrt{2} \sin x = 1$
 $\sin x = \pm 1$ $\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$
 $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

б) Отберём корни с помощью окружности

Получим
 $x = -\frac{5\pi}{4}$
 $x = -\frac{3\pi}{4}$
 $x = -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{4}$
 $x = -\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} = -\frac{3\pi}{4}$

Ответ: а) $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \frac{3\pi}{2} + 2\pi n, \frac{\pi}{4} + 2\pi n, \frac{5\pi}{4} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$
 б) $-\frac{5\pi}{4}; -\frac{3\pi}{4}; -\frac{\pi}{4}; -\frac{3\pi}{4}$

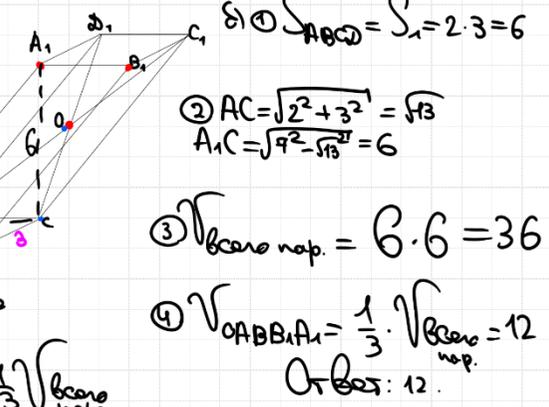
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

- 14** Точка O – точка пересечения диагоналей DC_1 и CD_1 грани CC_1D_1D наклонного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

ИСТОЧНИКИ
 Досрочная волна (Резерв) 2022

- а) Докажите, что объём многогранника $O A B B_1 A_1$ вдвое больше объёма многогранника $O A B C D$.
 б) Найдите объём многогранника $O A B B_1 A_1$, если $A B C D$ является прямоугольником, $A B = 2, B C = 3, C C_1 = 7$, а прямая $C A_1$ перпендикулярна плоскости $A B C$.

а) 1) Пусть h_1 – это расстояние между $(A B C)$ и $(A_1 B_1 C_1)$
 h_2 – это расстояние между $(A B B_1)$ и $(C D D_1)$
 S_1 – это $S_{A B C D}$
 S_2 – это $S_{A A_1 B_1 B}$



2) $V_{\text{всего пар.}} = S_1 \cdot h_1 = S_2 \cdot h_2$
 3) $V_{O A B B_1 A_1} = \frac{1}{3} \cdot S_2 \cdot h_2 = \frac{1}{3} \cdot V_{\text{всего пар.}}$
 $V_{O A B C D} = \frac{1}{3} \cdot S_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot h_1 = \frac{1}{6} \cdot V_{\text{всего пар.}}$
 Получаем $\frac{V_{O A B B_1 A_1}}{V_{O A B C D}} = 2$ ■

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3



15 Решите неравенство $(\log_4 x + 2)^2 \geq 0$.

ИСТОЧНИКИ
Основная волна 2017
ОС
1 $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
2 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
4 $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
5 $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
6 $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
7 $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА
Если $\log_a b = c$, то $a^c = b$

Пусть $\log_4 x = t$
 $\frac{(t+2)^2}{t^2-9} \geq 0$

$\begin{cases} t < -3 \\ t = -2 \\ t > 3 \end{cases}$
 $\log_4 x < -3$
 $\log_4 x < \log_4 \frac{1}{64}$
 $0 < x < \frac{1}{64}$
Ответ: $(0; \frac{1}{64}) \cup \{ \frac{1}{16} \} \cup (64; +\infty)$

$\log_4 x = -2$
 $\log_4 x = \log_4 \frac{1}{16}$
 $x = \frac{1}{16}$

$\log_4 x > 3$
 $\log_4 x > \log_4 64$
 $x > 64$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

16 В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму 550 000 рублей. Условия его возврата таковы:
 - каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.
 Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен двумя равными платежами (то есть за два года)?

ИСТОЧНИКИ
ГРП (старый банк)
ГРП (новый банк)
Ященко 2021 (36 вар)
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Основная волна 2020
Основная волна (Резерв) 2019
Основная волна 2017

Пусть $S = 550\,000$
 июль - июль января
 x - ежемесячный платеж

Дата Сумма долга
 и 26 S
 я 27 $1,2 \cdot S$
 м 27 $1,2 \cdot S - x$
 я 28 $1,2^2 \cdot S - 1,2x$
 м 28 $1,2^2 \cdot S - 1,2x - x = 0$

$\frac{6^2}{5^2} \cdot S = \frac{6}{5}x + \frac{x}{5} \cdot 5$
 $\frac{6^2}{5^2} \cdot S = \frac{11 \cdot x}{5}$
 $x = \frac{6^2 \cdot S \cdot 5}{5^2 \cdot 11} = \frac{36 \cdot 550\,000}{5 \cdot 11} = 360\,000$
Ответ: $2 \cdot x = 2 \cdot 360\,000 = 720\,000$ р.

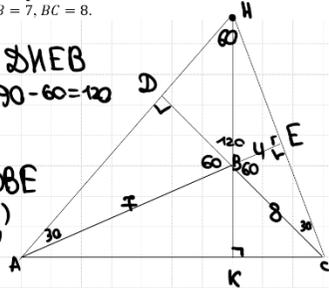
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2



17 В треугольнике ABC угол ABC тупой, H – точка пересечения продолжений высот, угол AHC равен 60° .
 а) Докажите, что угол ABC равен 120° .
 б) Найдите BH , если $AB = 7$, $BC = 8$.

ИСТОЧНИКИ
 ГИР (новый банк)
 Досрочная волна 2018

а) 1) Рассмотрим $\triangle HEB$
 $\angle HBE = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 120^\circ$
 2) $\angle ABC = 120^\circ = \angle DBE$
 (вертикальные)



3) 1) Найдем углы:
 $\angle CBE = 180^\circ - \angle DBE = 60^\circ$
 (смежные)
 $\angle DBA = 180^\circ - \angle DBE = 60^\circ$
 $\angle ECB = 180^\circ - \angle CBE - \angle BEC = 30^\circ$
 $\angle DAB = 180^\circ - \angle ADB - \angle ABD = 30^\circ$

2) $\triangle BEC$:
 $BE = \frac{1}{2} \cdot BC = 4$
 (т.к. катет, лежащий против 30°)

3) $\triangle AHE$:
 $\tan 60^\circ = \frac{AE}{HE}$ $\sqrt{3} = \frac{11}{HE}$
 $HE = \frac{11}{\sqrt{3}}$



4) $\triangle BHE$:
 $BH = \sqrt{\frac{121}{3} + \frac{16}{1}} = \frac{13}{\sqrt{3}}$
 Ответ: $\frac{13}{\sqrt{3}}$.

при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен	
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), и обоснованно получен верный ответ в пункте б)	3
Получен обоснованный ответ в пункте б) ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а), и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а), ИЛИ	1



18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{2x-1} \cdot \ln(4x-a) = \sqrt{2x-1} \cdot \ln(5x+a)$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

$$\sqrt{2x-1} \cdot \ln(4x-a) - \sqrt{2x-1} \cdot \ln(5x+a) = 0$$

$$\sqrt{2x-1} \cdot (\ln(4x-a) - \ln(5x+a)) = 0$$

$$\begin{cases} \sqrt{2x-1} = 0 \\ \ln(4x-a) - \ln(5x+a) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ 4x-a > 0 \\ 5x+a > 0 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x-1=0 \\ \ln(4x-a) = \ln(5x+a) \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x \geq \frac{1}{2} \\ 4x-a > 0 \\ 5x+a > 0 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

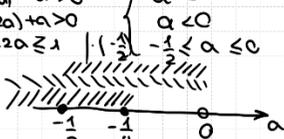
$x = \frac{1}{2}$ экв. краем, леммы на данном отрезке $\begin{cases} 4x-a > 0 \\ 5x+a > 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} 4 \cdot \frac{1}{2} - a > 0 \\ 5 \cdot \frac{1}{2} + a > 0 \\ a < 2 \\ a > -2,5 \end{cases}$$

\Rightarrow при $a \in (-2,5; 2)$ $x = \frac{1}{2}$ экв. к. ур на отр

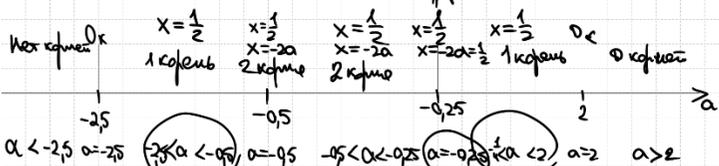
$x = -2a$ экв. краем, лем. на данном отрезке $\begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ 4x-a > 0 \\ 5x+a > 0 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$

$$\begin{cases} -2a \geq \frac{1}{2} \\ 4(-2a) - a > 0 \\ 5(-2a) + a > 0 \\ 0 \leq -2a \leq 1 \end{cases} \cdot (-\frac{1}{2}) \quad \begin{cases} a \leq -\frac{1}{4} \\ a < 0 \\ a < 0 \\ -\frac{1}{2} \leq a \leq 0 \end{cases}$$



\Rightarrow при $a \in [-\frac{1}{2}; -\frac{1}{4}]$ $x = -2a$ экв. к. ур на отр.

$x = \frac{1}{2}$ совпадает с $x = -2a$ при $\frac{1}{2} = -2a$ или $a = -\frac{1}{4}$ экв. краем



Ответ: $(-2,5; -0,5) \cup [-0,25; 2)$

ИСТОЧНИКИ

ГЭИ (старый банк)
ГЭИ (новый банк)
Основания июля 2017
Сентябрь 20.04.2021

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	4

19 Даны различные натуральные числа, запись которых содержит цифры 1 и 6, либо только одну из этих цифр.

- а) Может ли сумма всех чисел быть равной 173?
- б) Может ли сумма всех чисел быть равной 109?
- в) Какое наименьшее количество чисел могло быть, сумма которых равна 1021?

ИСТОЧНИКИ

ГЭИ (старый банк)
Основания июля 2020

Можно использовать:

- 1
- 6
- 11
- 16
- 61
- 66
- 111
- 116
- 161
- 666
- 611
- 616
- ...

а) $166 + 6 + 1 = 173$
Ответ: да

б) 1) Можно использовать только 1, 6, 11, 16, 61, 66
Т.к. малое число
лучшее

2) Если среди слагаемых есть 66, то 109 не набрать
 $66 + 61 =$ не набр
 $66 + 1 + 6 + 11 + 16 =$ не набр

3) Если среди слагаемых есть 61, то $S \leq 61 + 16 + 11 + 6 + 1$
 $S \leq 95$, т.е. < 109
Ответ: б) нет

б) 1) Все слагаемые, которые можно использовать, при делении на 5 дают остаток 1

2) 1021 при делении на 5 тоже дает остаток 1

3) 1 слагаемое 1021 не покроем 2 слагаемых, то остаток будет 2
3 слаг
4 слаг
5 слаг
6 слаг

\Rightarrow число слагаемых 6

4) Покажем, что 6 можно собрать:

666
166
111
66
11
1
} 78
Ответ: б) 6



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах <i>a</i> , <i>b</i> и <i>в</i>	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>в</i> и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>a</i> или <i>b</i>	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах <i>a</i> и <i>b</i> ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте <i>в</i>	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>a</i> или <i>b</i>	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 04.04.2023 № 233/552, зарегистрирован Минюстом России 15.05.2023 № 73314)

«81. Проверка экзаменационных работ включает в себя:

1) проверку и оценивание предметными комиссиями ответов на задания КИМ для проведения ЕГЭ с развёрнутым ответом <...>, в том числе устных ответов, в соответствии с критериями оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрнадзором <...>

По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют первичные баллы за каждый ответ на задания КИМ для проведения ЕГЭ с развёрнутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в первичных баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрнадзором.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о первичных баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1. Расхождение между баллами, выставленными двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только те ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением.

2. Расхождение между суммами баллов, выставленными двумя экспертами за выполнение заданий 13–19, составляет 3 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 13–19 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание, а другой выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, в которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.

